**3. MAKİNALARDA KUVVET ANALİZİ**

Makina, iş yapan, ya da enerji ileten / dönüştüren bir sistem olup burada enerji iletimi bir güç kaynağından tahrik edilecek olan veya karşılanacak olan yüke kadar mekanik kuvvetler yardımıyla olur. Bu bakımdan bir makinayı oluşturacak olan mekanizma veya mekanizmaların tasarımında makinanın girişinden çıkışına kadar iletilecek olan kuvvetlerin bilinmesi gerekir. Bu kuvvetlerin bilinmesinden sonra ancak tüm makina uzuvlarının bu kuvvetleri karşılayacak şekilde uygun olan tasarımları yapılabilir.

Makinalardaki kuvvetler çeşitli kaynaklardan doğabilirler. Bunlar, ağırlık kuvvetleri, montaj kuvvetleri, uygulanan dış kuvvetler ve enerji iletiminden doğacak olan kuvvetler olabilir. Bunlardan başka makinanın çalışması esnasında ortaya çıkan atalet kuvvetleri, sürtünme kuvvetleri, yay kuvvetleri, çarpma kuvvetleri ve sıcaklık değişiminden kaynaklanan kuvvetler de var olabilir. Bu kuvvetler içerisinde dinamik bakımından en önemli olanı atalet kuvvetleri olup, bunlar makina uzuvlarının ivmelendirilmesinden doğarlar. Eğer atalet kuvvetlerinin büyüklüğü uygulanan diğer kuvvetlerle karşılaştırıldığında oldukça küçük kalıyorsa ihmal edilebilirler. Bu durumda yapılacak olan kuvvet analizi “**statik kuvvet analizi**” olarak adlandırılır. Eğer atalet kuvvetleri ihmal edilemiyorsa, yani hesaba katılırsa yapılacak olan kuvvet analizi “**dinamik kuvvet analizi**” olarak adlandırılır.

Yapılacak olan her iki analizde de makina uzuvlarının eş çalışan kısımlarının iyi bir şekilde yağlandıkları kabul edilirse sürtünme kuvvetleri ihmal edilebilir. Bu durumda bir makina uzvundan diğer bir makina uzvuna iletilecek olan kuvvetin, uzuvların temas yüzeylerine dik olacağı kabul edilir. İncelemede yapılacak olan diğer bir kabul ise makina uzuvlarının elastik şekil değişimlerinin ihmal edilebilir mertebede kalacağıdır. Yani uzuvlar rijit katı cisimler olarak ele alınacaktır. Makina uzuvlarının elastik şekil değişimlerinin, yani yaylanma özelliklerinin hesaba katılmasının makinanın dinamik davranışı üzerindeki etkisi ”**makina titreşimi**” konusu içerisinde ele alınacaktır.

* 1. **Statik Kuvvet Analizi**

**3.1.1. Statik Denge**

Bir serbest katı cismin statik dengesi için cisim üzerine etki eden bütün kuvvetlerin vektörel toplamının (bileşkesinin) ve bu kuvvetlerin aynı bir noktaya göre alınacak olan momentlerinin vektörel toplamının (bileşkesinin) sıfır olması gerekir. Bu statik denge şartları matematik olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir:



Üç boyutlu yükleme durumunda yukarıdaki vektörel eşitliklerin her biri üç skaler eşitlikle temsil edilir. Dolayısıyla toplam olarak 6 skaler eşitliğin genel denge durumu için sağlanması gerekir. Oldukça sık karşılaşılan iki boyutlu, yani düzlemsel yükleme durumunda vektörel eşitlikler üç skaler eşitlikle ifade edilirler. Yükleme düzlemi olarak xy düzlemi seçilirse, bu eşitlikler;



olarak yazılır.

Lineer sistemler için kuvvetlerin toplamsallığı (süperpozisyon prensibi) geçerlidir. Bu prensibe göre sisteme etki eden tüm kuvvetlere karşı sistemin bileşke tepkisi, bu kuvvetlerin her birinin sistem üzerinde ayrı ayrı yaratacakları tepkilerin toplamına eşittir. Bu özellikten faydalanarak kuvvet analizi grafik olarak yapılabilir.

**3.1.2. Grafik Kuvvet Analizi**

Grafik Kuvvet Analizinde makina uzuvlarının serbest cisim diyagramları kullanılarak kuvvet diyagramları çizilir ve buradan bilinmeyen makina kuvvetleri tayin edilir. Bu yöntem özellikle düzlemsel kuvvet durumu için çok kullanışlıdır. Burada kuvvet analizine geçmeden önce makinayı meydana getiren uzuvlar için karşılaşılan yükleme durumlarının ele alınması gerekir. Bu yükleme durumları üç şekilde ortaya çıkar.

1. **İki Kuvvet Etkisi Altında Bulunan Uzuv:**

İki kuvvet etkisi altında bulunan bir uzvun, bu kuvvetler etkisi altında dengede olabilmesi için

**1o)**  ve  kuvvetlerinin büyüklüklerinin eşit olması gerekir.

**2o)** Aynı doğrultu üzerinde bulunmaları gerekir.

**3o)** Yönlerinin birbirine zıt olması gerekir.



**Şekil 3.1. (a)** İki kuvvet etkisi altında bulunan uzuv.

1. **Üç Kuvvet Etkisi Altında Bulunan Uzuv:**

Üç kuvvet etkisi altında bulunan bir uzvun, bu kuvvetler etkisi altında dengede olabilmesi için

**1o)** Bu üç kuvvetin bileşkesi sıfır olmalıdır. 

**2o)** Bu üç kuvvetin doğrultuları aynı bir noktada kesişmelidir. Yani bu durum  denge şartını sağlar.



**Şekil 3.1. (b)** Üç kuvvet etkisi altında bulunan uzuv.

Burada karşımıza şu durum çıkar:

* + Kuvvetlerden bir tanesi tamamıyla bilinir, yani yönü ve doğrultusuyla büyüklüğü bilinir. Bu kuvvet  olsun.
  + İkinci kuvvetin doğrultusu bilinir ama büyüklüğü bilinmez ().
  + Üçüncü kuvvetin büyüklüğü ve yönü bilinmez ().

Bu durumda  ve  kuvvetleri şu şekilde tayin edilirler;

*  ve ’nin doğrultuları kesiştirilerek kesim noktası (P) bulunur.
* ’de aynı (P) noktasından geçeceğinden ’ün (C) etki noktasından (bu nokta gerçekte uzvun bir mafsal noktasıdır) P’ye bir doğru çizilerek ’ün etki doğrultusu belirlenir.
*  kuvveti belirli bir ölçekle çizilir.
* ’in başlangıcından (veya ucundan) ’nin etki doğrultusuna paralel bir doğru çizilir.
* ’in ucundan (veya başlangıcından) ’ün etki doğrultusuna paralel bir doğru çizilir.  ve doğrultularının kesişmesi ile aranan kuvvet üçgeni belirlenir. Kuvvet üçgeninden  ve ’ün büyüklükleri ölçülerek bulunurlar.



**Şekil 3.1. (c)** Üç kuvvet etkisi altında bulunan bir uzuvda bilinmeyen kuvvetlerin çizimle belirlenmesi.

1. **İki Kuvvet ve Bir Moment Etkisi Altında Bulunan Uzuv:**

İki kuvvet ve bir moment etkisi altında bulunan bir uzvun statik dengesi için;

**1o)**  ve  kuvvetleri bir kuvvet çifti oluşturacak şekilde olmalıdırlar .

**2o)** Bu kuvvet çiftinin büyüklüğü  momentinin büyüklüğüne eşit fakat yönü zıt yönde olmalıdır.



**Şekil 3.1. (d)** İki kuvvet ve bir moment etkisi altında bulunan uzuv.

Kolun moment dengesinden (+saat ibrelerinin ters dönüş yönü pozitif yöndür).



h mesafesi ölçülür,





olacaktır.  kuvveti bilindiğinde  denge momenti buradan hesaplanır.

* + - 1. **Krank – Biyel Mekanizmasının Grafik Kuvvet Analizi**

**Örnek 5:** Örnek 2’de verilen krank-biyel mekanizmasının  kuvveti etkisi altında statik dengesi için kola uygulanması gereken  momentini bulunuz.

Verilenler:

= 51 mm = 200 mm  = 60o P = 6300 N T=?



Çözüm:

Önce mekanizma belirli bir ölçekle çizilerek biyelin yatayla yaptığı  açısı belirlenir. Mekanizmayı meydana getiren uzuvların serbest cisim diyagramları aşağıda gösterildiği şekilde çizilirler (Mafsal kuvvetlerinin numaralandırılmasında 1. indis kuvveti uygulayan bağlı uzvun numarasını ve 2. indis ise kuvvetin uygulandığı uzvun numarasını göstermektedir):



Kuvvet diyagramını oluşturmak için önce iki kuvvet etkisi altında bulunan  uzvundan  doğrultusu alınarak  uzvu üzerine taşınır. Buna göre  uzvu üç kuvvet etkisi altında bulunmaktadır. Çizim işlemi 3.1.2.(b) kısmında açıklandığı şekilde yapılarak kuvvet diyagramı çizilir. Ölçüm yapılarak;



14.5 \* 100 = 1450 N

65 \* 100 = 6500 N

bulunur. Kol uzvu iki kuvvet ve bir moment etkisi altında bulunmaktadır. Önce  B’ye taşınarak moment kolu uzunluğu h = 49 mm olarak ölçülür. Kısım 3.1.2.(c)’de açıklandığı şekilde kolun moment dengesinden





****

elde edilir.

* + - 1. **Dört Çubuk Mekanizmasının Grafik Kuvvet Analizi**

**Örnek 6:**  Örnek 1’de verilen dört çubuk mekanizmasının verilen  ve  kuvvetleri etkisi altında statik dengesi için kola uygulanması gereken  momentini bulunuz.

Verilenler:

= 100 mm = 50 mm = 151 mm = 111 mm

 = 120o = 187 N = 60 N T=?



Çözüm:

Problem süper pozisyon prensibine göre iki alt probleme ayrılarak çözülür. Yani  kuvveti ve  kuvveti için ayrı ayrı çözüm yapılarak elde edilen mafsal kuvvetleri ve momentler vektörel olarak toplanır. Buradan bileşke değerler elde edilir.

**Alt Problem I ve Alt Problem II**



**Alt Problem I için çözüm:** Bu çözüm yalnız ’ün var olması durumudur. Önce mekanizmanın uzuvlarının serbest cisim diyagramları çizilir. Buna göre  uzvu iki kuvvet,  uzvu 3 kuvvet ve  uzvu ise iki kuvvet ve bir moment etkisi altında bulunmaktadır. Serbest cisim diyagramları ve buna göre çizilen kuvvet diyagramları aşağıda gösterilmiştir.





Ölçek:2 N/mm





Ölçüm sonucu bulunan değerler:

mm ve  mm





 19 mm

****

114 \* 19

= 2166 Nmm 

**Alt Problem II için çözüm:** Bu çözüm yalnız ’ün var olması durumudur. Bu durumda aşağıda çizilmiş olan serbest cisim diyagramlarından görüleceği gibi  uzvu iki kuvvet,  uzvu 3 kuvvet ve  uzvu ise iki kuvvet ve bir moment etkisi altında bulunmaktadır. Kuvvet diyagramı çizimi benzer şekilde yapılır.



Ölçüm sonucu bulunan değerler ölçekle çarpıldı:



68 N

25.5 N

 50 mm

****

25.5 \* 50

= 1275 Nmm 

**Çözüm:** Problemin tam çözümü Alt Problem I ve Alt Problem II’nin toplamından elde edilir. Toplam denge momenti T;



 = 2166 + 1275

= 3441 Nmm 

olarak bulunur.

Bileşke mafsal kuvvetleri ise

uzuvların serbest cisim

diyagramları üzerinde

gösterildiği gibi ilgili

bileşenlerin vektörel

toplamından elde edilir.

Ölçüm sonucu bulunan

bileşke kuvvet değerleri:

127.5 N

115 N

168 N

**3.1.3. Analitik Kuvvet Analizi**

Analitik kuvvet analizinde statik denge şartları olarak verilen matematik ifadeler kullanılır. Burada da yine grafik analizde yapıldığı gibi mekanizmayı meydana getiren uzuvların serbest cisim diyagramları göz önüne alınır. Ancak grafik kuvvet analizinde çizilen kuvvet diyagramları yerine bunların eşdeğeri olan vektör eşitlikleri yazılır. Analitik yöntem bilgisayar kullanımına imkan tanıdığından burada sonuçlar çok daha hızlı ve doğru bir şekilde istenildiği kadar mekanizma konumu için elde edilebilir.

**Hatırlatma:**

MOMENT: Bir kuvvetin bir noktaya göre momenti; o nokta ile kuvvet    
vektörünün arasındaki dikmenin (**moment kolu**), kuvvet ile çarpımına denir.

Moment kolu

**Şekil 3.2.** r uzunluğundaki kola etkiyen F kuvvetinin oluşturduğu moment

Şekilde verilen r uzvuna A noktasından etki eden  kuvvetinin oluşturacağı  momentinin ifadesini uzvun konumunu belirleyen  ve  açılarını dikkate alarak ayrı ayrı yazalım.

**Tablo 2.**  kuvvetinin oluşturduğu  momentinin  ve  açılarının dikkate alınarak hesabı

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | açısını dikkate alarak moment hesabı | açısını dikkate alarak moment hesabı |
| 1. Bölge |  |  |
| 2. Bölge |  |  |
| 3. Bölge |  |  |
| 4. Bölge |  |  |

Tablo 2’den de görüldüğü gibi her iki yolda aynı sonucu vermektedir;

*  açısı dikkate alınarak yapılan hesaplamalarda uzvun bulunduğu bölgeye bakılmaksızın  momenti  denklemi kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu hesap tarzı problemin bilgisayarda kodlanmasında kolaylık sağlar.
* Uzvun bulunduğu bölgeye dikkat ederek moment hesaplamak istenirse, bunun için  dar açısından yararlanarak kuvvetlerin moment kolları  ve hesaplanır. Moment eşitliği yazılırken kuvvetinin x ve/veya y bileşenleri, O dönme merkezine göre saat ibrelerinin dönüş yönünde (cw) moment oluşturuyorlarsa - işareti, saat ibrelerinin dönüş yönüne ters yönde (ccw) moment oluşturuyorlarsa + işareti verilerek denkleme yerleştirilirler.

**3.1.3.1. Krank-Biyel Mekanizmasının Analitik Kuvvet Analizi**

Bir merkezi krank-biyel mekanizması Şekil 3.3.(a)’da kol uzunluğu r ve biyel uzunluğu l ile gösterilmiştir. Piston üzerine  kuvveti uygulanmaktadır. Mekanizmanın statik dengesi için kola uygulanması gereken  momentinin analitik ifadesi  krank açısına bağlı olarak aşağıda açıklandığı şekilde elde edilebilir. Mekanizma uzuvlarının serbest cisim diyagramları Şekil 3.3.(b)’de gösterildiği gibi çizilir.



**Şekil 3.3. (a)** Merkezi krank-biyel mekanizması.

Çözüm:

Serbest cisim diyagramları çizilir.



**Şekil 3.3. (b)** Serbest cisim diyagramları.

Pistonun Denge Eşitliğinden:

   

  

Kolun (krank) Denge Eşitliğinden:

  

ve şekilden



konursa,



elde edilir. Ayrıca şekilden  konursa;

|  |
| --- |
| Hatırlatma: |



Geometriden (sinüs teoremi)

 ,  , 

ve



Buradan





elde edilir. Böylelikle  denge momenti verilen r, l ve P değerlerine bağlı olmak üzere  krank açısının bir fonksiyonu olarak yazılmış olmaktadır. Bu ifadeden açıkça görüleceği gibi  ve  için T=0 olur. Bu iki durum mekanizmanın ölü konumlarına karşılık gelir (A.Ö.N. ve Ü.Ö.N.). Teorik olarak bu durumlarda mekanizma kilitlenmiş olur (iş yapamaz). Ancak pratik olarak uzuvların önceden kazanılmış kütlesel ataleti etkisiyle bu kilitlenme olmaz. Yani mekanizma hareketine devam eder.

**Sayısal Uygulama 1:** Örnek 5’in analitik çözümünü yapınız.

Mekanizma için r=51mm, l=200mm, P=6300N ve 60o verildiğine göre;





elde edilir. O halde mekanizmanın statik dengesi için kola uygulanması gereken  momentinin değeri ve yönü T=314.6 Nm ,  olur. Bu sonuç örnek 5’in grafik çözüm sonucunu doğrulamaktadır.

**3.1.3.2. Dört Çubuk Mekanizmasının Analitik Kuvvet Analizi**

Bir dört çubuk mekanizması Şekil 3.4.(a)’da uzuv uzunlukları (l2, l3, l4), uzuvların açısal konumları (2,3,4), uygulanan dış kuvvetler (,,), kuvvetlerin etki konumları (,,) ve uygulanan dış momentler (,,) olmak üzere genel yükleme durumunda gösterilmiştir. Bu genelleştirilmiş durumda mekanizmanın statik dengesi için kola uygulanması gereken T denge momenti genel denge eşitlikleri yazılarak aşağıda açıklandığı şekilde elde edilebilir.



**Şekil 3.4. (a)** Bir dört çubuk mekanizmasının genel düzlemsel yüklenme durumu.

Mekanizma uzuvlarının Şekil 3.4.(b)’de gösterilen serbest cisim diyagramlarını kullanarak 4 nolu uzvun dengesinden;



ve O4’e göre moment alınarak



elde edilir. Burada (1), (2) ve (3) eşitliklerinin , , ve  olmak üzere dört bilinmeyen içerdiklerine dikkat edilmelidir. Yani bu üç eşitlik çözüm için yeterli değildir. Çözüm ancak 3 nolu uzvun denge eşitliklerinin de birlikte ele alınmasıyla yapılabilir.

3 nolu uzvun dengesinden;



ve B’ye göre moment alınarak



elde edilir. Bu üç eşitlikte ayrıca dört yeni bilinmeyen, , , ve ‘yi getirir.



**Şekil 3.4. (b)** Serbest cisim diyagramları.

Ancak Newton’un 3. Kanunundan (etki-tepki);

 yazılabilir. Bu ifadeler 3 nolu uzvun yukarıdaki eşitliklerine yerleştirilirse;



şeklini alır. Böylelikle altı bilinmeyenli altı eşitlik elde edilmiş olur. Bu lineer eşitlikler takımının çözümü için kolaylık bakımından aşağıdaki çözüm adımları takip edilebilir.

(3) ve (6) eşitlikleri düzenlenerek matris formunda yazılırsa;



veya



elde edilir. Burada,



dır. (8) eşitliğinin çözümünden



bulunur. ,  hesaplandıktan sonra diğer mafsal kuvvet bileşenleri (1), (2), (4) ve (5) eşitliklerinden sırasıyla;



elde edilir.

2 nolu uzvun dengesinden;



ve O2 mafsal noktasına göre moment alınarak



elde edilir. Burada;

 ve  konursa;





Böylelikle dört çubuk mekanizmasının genel statik kuvvet analizi tamamlanmış olmaktadır. Burada verilen eşitlikler mekanizmanın dinamik kuvvet analizi için de uygulanabilir eşitliklerdir. Bu nedenle örnek sayısal uygulama dinamik kuvvet analizi kısmında verilecektir.