**3.2. Dinamik Kuvvet Analizi**

Makinalarda ortaya çıkan dinamik kuvvetler veya atalet kuvvetleri hareketli makina uzuvlarının ivmelenmesinden doğarlar. Bu bakımdan dinamik kuvvet analizinin yapılabilmesi için öncelikle makinanın ivme durumunun tayin edilmesi gerekir.

Yüksek hızlı makinalarda atalet kuvvetleri statik kuvvetlerle karşılaştırıldığında çok daha büyük mertebelerde olabilirler. Örneğin taşıtlarda kullanılan içten yanmalı makinalarda yüksek hızlarda atalet kuvvetleri piston üzerine etki eden gaz kuvvetlerinden daha büyük olabilir. Yine türbo makinalarda dönen eleman olan rotorun sahip olacağı çok küçük bir dengesizlik bile yüksek hızlarda büyük mertebede atalet kuvvetlerinin ortaya çıkmasına sebep olabilir. Bu bakımdan bu çeşit makinaların tasarımı yapılırken dinamik analiz sonuçları hesaba katılmalıdır. Aksi halde makinada istenmeyen titreşim, aşırı aşınma ve hatta makinanın hasara uğraması problemleri ortaya çıkabilir.

**3.2.1. Newton’un Hareket Kanunu (2. Kanun)**

Makinalarda dinamik kuvvetlerin incelenmesi için temel kanun Newton’un hareket kanunudur. Bu kanuna göre bir bileşke kuvvet etkisi ile hareket eden bir cismin hareket miktarının yani momentumunun zamana göre değişimi yani türevi bu bileşke kuvvetle orantılıdır. Bu kanun cismin kütlesinin sabit olması durumunda yani katı cisim durumu için matematik olarak aşağıdaki eşitlikle ifade edilir.



Burada;

m : cismin kütlesi (kg)

: cismin G kütle merkezinin ivmesi (m/s2)

: cisme etki eden bileşke kuvvet (N)

Katı cismin dönme hareketi yapması durumunda Newton’un hareket kanunu benzer şekilde aşağıdaki gibi yazılır.



Burada;

: cismin G kütle merkezine göre olan kütlesel atalet momenti (kg m2)

: açısal ivme (rad/s2)

: cismin G kütle merkezine göre olan bileşke moment (Nm)

Newton’un hareket kanunu aşağıdaki gibi değişik bir formda yazılarak **D’Alembert Eşitliği** elde edilir.





Burada  atalet kuvveti ve da atalet momenti olarak adlandırılır. Atalet kuvveti ve atalet momentinin yönleri Şekil 3.5’de gösterilmiştir.

D’Alembert eşitliği ya da prensibine göre bir katı cisim üzerine etki eden dış kuvvetler ve dış momentler atalet kuvveti ve atalet momenti ile denge halinde bulunurlar. Bu şekilde dinamik bir problem statik bir probleme indirgenerek çözülebilir.

Dalembert Prensibi

**Şekil 3.5.**  Atalet kuvveti ve atalet momentinin yönleri.

Katı cismin düzlemsel hareket yapması durumunda yukarıda verilen vektör eşitlikleri, xy hareket düzlemi seçilirse:



şeklinde yazılır.

Sonuç olarak özetlemek gerekirse verilen bir mekanizma ya da makinanın dinamik analizi için öncelikle ivme durumunun bilinmesi ya da çözülmesi gerekir. İvme durumu bilindikten sonra ilgili atalet kuvvet ve momentleri var olan diğer kuvvet ve momentlerle birlikte uzuvların serbest cisim diyagramları üzerine konurlar. Serbest cisim diyagramlarından ilgili denge eşitlikleri yazılarak statik kuvvet analizinde yapıldığı gibi çözüm yapılır.

**3.2.2. Dört Çubuk Mekanizmasının Dinamik Kuvvet Analizi**

Mekanizmanın dinamik kuvvet analizi, Kısım 3.1.3.2.’de mekanizmanın statik analitik analizi için çıkarılan eşitlikler kullanılarak yapılabilir. Ancak dinamik analizde daha önce açıklandığı gibi ilave olarak mekanizma uzuvlarına etki eden atalet kuvvetleri ve atalet momentlerinin de hesaba katılmaları gerekir. Dört çubuk mekanizması için yapılacak olan bu analiz diğer mekanizma çeşitlerinin analizi içinde açıklayıcı bir örnek oluşturur.

**Örnek 7:** Örnek 3’de ivme analizi yapılan dört çubuk mekanizmasının dinamik kuvvet analizini yapınız. Mekanizma uzuvlarının kütlesel büyüklükleri;

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Kolun kütle merkezi ’nin  merkezinde olduğu kabul edileceğinden hesaba katılmayacaktır. |  | verildiğinden hesaba katılmayacaktır. |
|  | 0.5 kg |  | 1.21 10-3 kgm2 |
|  | 0.4 kg |  | 0.91 10-3 kgm2 |

olarak veriliyor.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Hatırlatma:  **Örnek 3’de verilen boyutlar** (Şekil 3.4.(a)’daki tanımlamalara göre)**:** | | | |
| = 50 mm  = 151 mm  = 111 mm | = 0  = 75.5 mm  = 55.5 mm | | = 120o  = 26o  = 85o |
| İvme değerleri: | | | |
| 0 (sabit kütle merkezi)  375.5 m/s2  296 o  150 m/s2  290 o | | 0 rad/s2  1001.3 rad/s2    1001.3 rad/s2  1121.6 rad/s2    -1121.6 rad/s2 | |

Çözüm:

Buna göre ilgili atalet kuvveti bileşenleri ve atalet momentleri aşağıdaki gibi hesaplanır:



 - (0.5).(375.5) = - 186.75 N  187 N  116 o

 187. cos116 o = - 82 N

 187. sin116 o = 168 N

 - (0.4).(150) = - 60 N  60 N  110 o

 60. cos110 o = - 20.5 N

 60. sin110 o = 56.4 N



- (1.21 \*10-3 kg m2) (1001.3 rad/s2) = -1211.6\*10-3 Nm

 1211.6 Nmm 

- (0.91\*10-3 kg m2) (-1121.6 rad/s2) = 1020.6\*10-3 Nm

 1020.6 Nmm 

Kısım 3.1.3.2.’de çıkarılan eşitlikler kullanılarak:

(7) ve (8) eşitliklerindeki katsayılar





Bu değerler (9) dan (16) ya kadar olan eşitliklere yerleştirilirse;







ve bileşke değerler ise;



Mekanizmanın statik dengesi için kola uygulanması gereken T denge momenti



T=3481.5 Nmm 

olarak bulunur.

**Örnek 8:** Örnek 7’yi grafik yöntemle çözünüz.

Çözüm:

Problemin grafik çözümü süperposizyon prensibi uygulanarak Örnek 6’da açıklandığı şekilde yapılabilir. Ancak bunun için önce “eşdeğer atalet kuvveti” tanımı kullanılarak problemin statik bir probleme indirgenmesi gerekir.

“Eşdeğer atalet kuvveti” tanımı “atalet momenti” yerine bunun eşdeğeri olan bir “kuvvet çifti” alınarak yapılır. Burada kuvvet çiftinin moment kolu uzunluğu h;



eşitliğinden hesaplanır. Yani, böylelikle atalet kuvveti “h” kadar kaçık bir konuma taşınmış (paralel ötelenmiş) olmaktadır. Bu h kaçıklığı atalet momentini yönüyle verecek tarafta (G kütle merkezine göre) alınır.

Örnek için;





olarak hesaplanır. Aşağıdaki şekil üzerinde bu yeni kuvvet durumu gösterilmiştir.



Şekilde;

 187 N  116 o kuvvetinin  kütle merkezinin sol tarafında;

(= -1211.6 Nmm) momentini saat ibreleri yönünde verecek şekilde

ve

60N 110o kuvvetinin de  kütle merkezinin sağ tarafında;

(= 1020.6 Nmm) momentini saat ibreleri ters yönünde verecek şekilde yerleştirilmiş olduklarına dikkat edilmelidir.

Böylelikle problem Örnek 6’da grafik çözümü yapılmış olan probleme indirgenmiş olmaktadır. Örnek 7’deki analitik çözüm sonuçlarının grafik çözüm sonuçlarını çok iyi bir yaklaşıkla doğruladığı görülmektedir.

**3.2.3. Krank-Biyel Mekanizmasının Dinamik Kuvvet Analizi**

İçten yanmalı makinalar ve pistonlu kompresörlerde kullanılan krank-biyel mekanizmasının tasarımı yapılırken dinamik kuvvetlerin hesaba katılması büyük bir öneme sahiptir. Şekil 3.6.(a)’da gösterilen krank-biyel mekanizmasında kolun, biyelin ve pistonun kütleleri sırasıyla (, , ) ve kütle merkezleri (,,) ile verilmektedir. Ayrıca kolun ve biyelin kütlesel atalet momentleri (, ) olarak tanımlanmıştır. Kol  açısal hızına ve açısal ivmesine sahiptir. Piston üzerine ayrıca bir P kuvveti etki etmektedir. Bu tanımlamalara göre mekanizmanın dinamik dengesi için kola uygulanması gereken T momenti aşağıda açıklandığı şekilde elde edilebilir. Mekanizmanın hareketli uzuvlarının serbest cisim diyagramları Şekil 3.6.(b)’de gösterilmiştir.



**Şekil 3.6.(a)**  Krank-biyel mekanizmasının dinamik kuvvet analizi.



**Şekil 3.6.(b)**  Serbest cisim diyagramları.

Şekil 3.6.(b)’den her bir uzuv için denge eşitlikleri aşağıdaki gibi yazılır;

4 nolu uzuv için;



3 nolu uzuv için;



ve B’ye göre moment alınarak,



2 nolu uzuv için;



ve O2’ye göre moment alınırsa,



elde edilir.

**Örnek 9:** Örnek 4’de ivme analizi yapılan krank-biyel mekanizmasının dinamik kuvvet analizini yapınız. Piston üzerine ayrıca P=6300 N’luk bir gaz kuvveti etki etmektedir.

Kabuller ve Kütlesel büyüklükler;

( kütle merkezi  merkezinde kabul edilecektir) ,

,

1.36 kg , 0.0102 kgm2 ,

0.91 kg ,

|  |
| --- |
| Hatırlatma:  **Örnek 4’de verilen boyutlar:** = 51 mm , = 200 mm ,  = 60o, 13o (hesaplandı),  = 0 mm ,  = 51 mm  **Örnek 4’de verilen ve hesaplanan ivme değerleri;**  -2351 m/s2 , -3236 m/s2 ,  22000 rad/s2 , -1880 m/s2 |

Çözüm:

Buna göre ilgili atalet kuvveti bileşenleri ve atalet momentleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

0

0

0

-1.36(-2351) = 3197.4 N

-1.36 (-3236) = 4401.0 N

-0.0102 (22000) = -224.4 Nm

-0.91(-1880) = 1710.8 N

bu değerler kullanılarak yukarıdaki eşitliklerden,

1. (1) den



1. (5) den





1. (2) den



1. (3) den



, (=)

1. (4) den





1. (6) dan





1. (7) den





1. (8) den





bulunur. Burada ayrıca bileşke mafsal kuvvetleri:





olarak hesaplanır.

**Örnek 10:** Örnek 9’u grafik yöntemle çözünüz.

Çözüm:

Problemin grafik çözümü yine süperpozisyon prensibi uygulanarak dört çubuk mekanizması örneğinde (Örnek 6) açıklandığı şekilde yapılır. Örnek 9’da verilen değerlere göre ilgili atalet kuvvetleri ve atalet momenti değerleri:



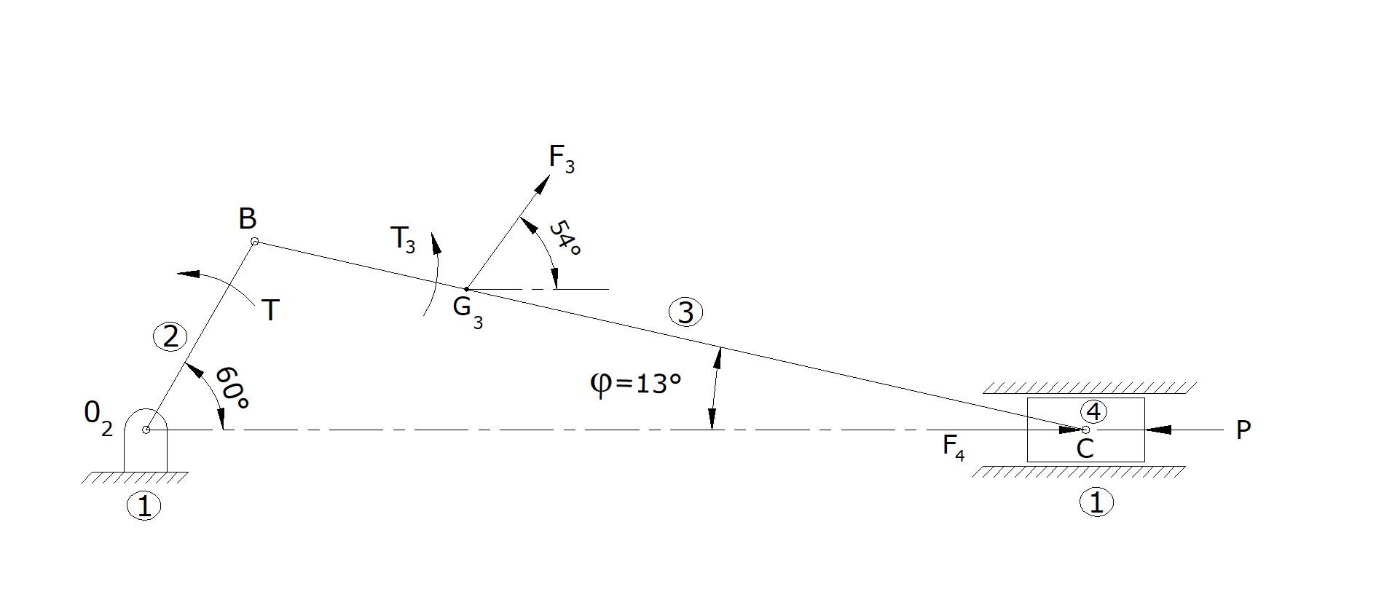
(Örnek 4’de  olarak hesaplanmıştı)



(Örnek 9’da hesaplanmışlardı)

Hesaplanan bu atalet kuvvetleri ve atalet momenti aşağıdaki şekil üzerinde gösterilmiştir.



**Alt problem I:** Sadece ve ’nin var olması durumudur. Bu durumda piston üzerine etki eden bileşke kuvvet;



olacaktır.

Buna göre serbest cisim diyagramları aşağıdaki gibi çizilirler.



Kuvvet diyagramını oluşturmak için önce iki kuvvet etkisi altında bulunan  uzvundan  doğrultusu alınarak  uzvu üzerine taşınır. Buna göre  uzvu üç kuvvet etkisi altında bulunmaktadır. Çizim işlemi Örnek 5’de açıklandığı şekilde yapılarak kuvvet diyagramı çizilir (1/50 ölçekle 50N=1mm). Ölçüm yapılarak;



21.5 \* 50 = 1075 N

94 \* 50 = 4700 N

bulunur. Kol uzvu iki kuvvet ve bir moment etkisi altında bulunmaktadır. Önce  B’ye taşınarak moment kolu uzunluğu 49 mm olarak ölçülür. Kolun moment dengesinden





**** 

bulunur.

**Alt problem II:** Sadece ve ’ün var olması durumudur. Bu durumda tek bir yükleme durumu elde etmek için yine Örnek 8’de yapıldığı gibi bir “eşdeğer atalet kuvveti” hesaplamak gerekir.



Buna göre atalet kuvveti ( atalet momentini doğru yönüyle verecek şekilde) kütle merkezinin sol tarafında  kaçık bir konuma taşınmalıdır. Bu kuvvet durumu aşağıdaki şekil üzerinde gösterilmiştir.



Bu yeni kuvvet durumuna göre de uzuvların serbest cisim diyagramları aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi çizilirler. Buna göre kuvvet diyagramı ( nolu uzvun serbest cisim diyagramının sol tarafında) 1/50 ölçekle çizilmiştir.

Kuvvet üçgeni üzerinden ölçüm yapılarak ve ölçekle de çarpılarak ilgili mafsal kuvvetleri;





bulunur. Kolun moment dengesinden:



**** 

bulunur.



Böylelikle mekanizmanın dinamik dengesi için kola uygulanması gereken toplam moment:



olarak elde edilir. Bileşke mafsal kuvvetleri de Alt Problem I ve Alt Problem II sonuçlarının vektörel toplamından aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi bulunurlar:



Ölçüm sonuçları:



Sonuç olarak grafik çözüm yöntemiyle de analitik çözüm yöntemiyle elde edilen sonuçlara çok yakın değerler elde edilmiş olmaktadır.